

# Rayonnement et propagation d'ondes solitaires générées par un plasma confiné

par G. Dubost<sup>(1)</sup>, A. Bellossi<sup>(2)</sup>

On peut aujourd'hui affirmer que l'efficacité du rayonnement de la « machine de Priore », pour guérir les tumeurs greffées sur des rats, est imputable à la décharge « basse fréquence » à l'intérieur du tube de plasma. L'hypothèse d'un rayonnement d'ultrasons n'est pas valable en raison d'affaiblissements considérables au cours de la transmission. Nous considérons la propagation d'ondes solitaires, ou solitons, générées dans la colonne de plasma excitée par un signal haute fréquence modulé. Le soliton, qui a été mis en évidence par l'expérience, est la solution de l'équation aux dérivées partielles non linéaire de Kortweg-de Vries —. Ces ondes solitaires sont appelées "pseudo sonores" en raison de la faible vitesse des ions argon. Leur rayonnement est possible, la colonne de plasma se comportant comme une antenne dipôle en champ proche. L'analyse spectrale a montré un rayonnement pour les fréquences de modulation comprises entre 2 et 20 KHz associées à leurs harmoniques. L'interaction entre les ondes solitaires et un milieu diélectrique peut donner naissance à des ondes de Zenneck, ou de surface, pouvant se propager pratiquement sans atténuation.

*To day it is an obvious fact to consider the radiation efficiency of the « Priore machine », which was reported to cure graft tumor in rats, essentially imputable to the discharge in the plasma tube. The ultrasound radiation hypothesis has to be rejected because the huge transmission attenuation. On the other hand, the propagation of solitary waves or solitons can be explained by the non-linearity effects produced inside the plasma column excited by a modulated high frequency signal. The soliton, measured with success, is the single solution of the Kortweg-de Vries non linear equation. These waves are called « pseudo sonorous » owing to the slow argon ions speed. Their radiation is possible for the plasma column acting as a small dipole antenna in the near field area. The spectral analysis showed a radiation for the low modulation frequencies comprised between 2 and 20 KHz associated with their harmonics. The interaction between solitary waves and dielectric matter can give rise to Zenneck waves or surface waves, practically propagating without attenuation.*

## Notation

$a_1, a_2$ :	affaiblissements linéiques	$H_0$ :	hauteur de la colonne plasma par rapport au niveau de la mer
$B$ :	induction magnétique	$I$ :	courant de décharge (composantes $I_f$ et $I_{fr}$ )
$b_N$ :	amplitude du terme général de décomposition du soliton en série de Fourier	$i$ :	angle d'incidence de l'onde TM sur la surface de la mer
$c$ :	vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide	$k$ :	nombre d'onde ( $k = \omega/C_S$ )
$C_S$ :	vitesse de phase indépendante de la fréquence :	$k_r$ :	nombre d'onde de l'onde pseudo sonore $k_r = 2\pi/\lambda_r = \omega_r/C_S$
	$C_S^2 = \frac{KT_e}{m_i} = \left(\frac{\omega_r}{k_r}\right)^2$	$k_o$ :	nombre d'onde du vide ( $k_o = 2\pi/\lambda_o$ )
$d_e$ :	distance moyenne entre deux électrons ou deux ions	$k_e$ :	$1/\lambda_{De}$ : inverse de la longueur d'onde électronique de Debye
$E$ :	champ électrique (composantes $(E_\theta)_f$ , $(E_\theta)_{fr}$ , $E_r$ , $(E_1)_x$ , $(E_1)_z$ , $(E_2)_x$ , $(E_2)_z$ ,	$k_i$ :	$1/\lambda_{Di}$ : inverse de la longueur d'onde ionique de Debye
$e$ :	charge élémentaire ( $1,6.10^{-19}C$ ) ( $e = -q_e$ )	$K$ :	constante de Boltzmann ( $1,38.10^{-23} J/degre$ )
$f$ :	fréquence	$L$ :	longueur de la colonne cylindrique de plasma
$f_{pe}$ :	fréquence plasma électronique	$m_e$ :	masse de l'électron au repos ( $0,91.10^{-30} kg$ )
$fr$ :	fréquence de récurrence ou de modulation	$m_i$ :	masse de l'ion
$f_{pi}$ :	fréquence plasma ionique	$N$ :	rang d'harmonique de fr
$h$ :	constante de Planck ( $h = 6,62.10^{-34}J.s$ )	$n_o$ :	densité des neutres
$H$ :	champ magnétique (composante $(H\varphi)_f$ , $(H_1)_y$ , $(H_2)_y$ )	$n_e$ :	densité des électrons (moyenne $n_{e0}$ )
		$n_i$ :	densité des ions (moyenne $n_{i0}$ )
		$\tilde{n}_2$ :	indice de réfraction complexe de l'eau de mer

(1) Professeur Emérite, Laboratoire ART (FRE 2272/CNRS), Equipe Antenne et Technologie, Université de Rennes I - Institut d'électronique et de télécommunication de Rennes (IETR), Avenue du Général Leclerc - 35042 Rennes Cedex

(2) Professeur en biophysique, Docteur en médecine, Villa Gabrielle Chemin du GOH VRAS - 56730 Saint Gildas de Rhuy

$P_f$ :	puissance moyenne HF d'excitation du tube plasma		décharge due à l'effet non linéaire du plasma
$P$ :	pression initiale, $p_o$ pression partielle	$\Delta n_e$ :	densité des électrons participant à la décharge haute fréquence
$P_{SM}$ :	profondeur du sous-marin	$\varepsilon_o$ :	permittivité du vide ( $\varepsilon_o = 1/36\pi \cdot 10^9$ )
$R$ :	rayon d'une boucle circulaire (spire conductrice)	$\varepsilon = 3v_o/(\phi_M)_1$ :	coefficient sans dimension caractérisant l'effet non linéaire du plasma
$r$ :	distance radiale dans un plan méridien de la colonne de plasma	$\varepsilon_r$ :	permittivité relative d'un milieu
$r_o$ :	longueur de Landau	$\lambda_o$ :	longueur d'onde d'espace libre : $\lambda_o = c/f$
$R_o$ :	résistance	$\lambda_S$ :	longueur d'onde d'écran de Debye
$T_o$ :	température ambiante ( $T_o = 300$ Kelvin)	$\lambda_{De}$ :	longueur d'onde électronique de Debye
$T_e$ :	température des électrons	$\lambda_{Di}$ :	longueur d'onde ionique de Debye
$T_i$ :	température des ions	$\lambda_r$ :	longueur d'onde de l'onde pseudo sonore ( $\lambda_r = C_s/f_r$ )
$q_e$ :	charge d'un électron	$\mu_o$ :	perméabilité du vide ( $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ )
$q_i$ :	charge d'un ion	$\xi$ :	variable lente normalisée (relative à une longueur)
$(v_e)_{th}$ :	vitesse thermique des électrons	$\rho_o$ :	masse spécifique par unité de volume
$(v_e)_M$ :	vitesse maximale des électrons déduite de la mesure	$\sigma$ :	conductivité d'un milieu
$(v_i)_{th}$ :	vitesse thermique des ions	$\tau_p$ :	temps de relaxation
$(v_e)_c$ :	vitesse de l'ion après choc	$\tau$ :	variable lente normalisée (relative à un temps)
$V_p$ :	vitesse de l'impulsion solitaire ou soliton	$\phi$ :	potentiel de Debye normalisé, de maximum $\phi_M$
$3v_o$ :	amplitude maximum du soliton : $3v_o = \Psi M = \varepsilon(\phi M)_1$	$\Phi$ :	potentiel de Debye, de maximum $\Phi_M$
$v_\phi$ :	vitesse de phase	$\Psi$ :	fluctuation de densité des ions à l'échelle des temps longs, ou potentiel normalisé du 1er ordre : $\Psi = \varepsilon\phi_1$ avec $\Psi_M = \Delta n_i/n_i$
$V$ :	vitesse de l'impulsion solitaire ou soliton	$\omega_{pe}$ :	pulsation de plasma électronique
$\alpha$ :	degré d'ionisation du plasma	$\omega_{pi}$ :	pulsation de plasma ionique
$\beta = \frac{\omega}{c}$ ou $\frac{\omega}{c} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{n}_2^2}{1 + \tilde{n}_2^2}}$		$\omega_r$ :	pulsation de récurrence
$\gamma$ :	inclinaison de l'axe de la colonne de plasma		
$\delta$ :	épaisseur de pénétration $\delta = (2/\omega\mu_o\sigma)^{1/2}$		
$\Delta n_i$ :	densité des ions, à l'échelle des temps longs, sollicités et participant à la		

**Mots clés** : Plasma - Effets non linéaires - Rayonnement d'antenne plasma en champ proche - Propagation très basses fréquences (TBF) - Ondes de Zenneck.

## Introduction

Depuis plus d'un demi siècle déjà des chercheurs, biologistes, médecins, physiciens, sont conscients qu'un organisme vivant est l'objet de courants variables en fonction du temps donc rayonnant des ondes électromagnétiques. L'apparition de troubles organiques particulièrement au niveau du système nerveux central modifie ce rayonnement. Alors pourquoi ne pas créer un environnement électromagnétique autour du corps susceptible de corriger de telles aberrations ?

De nombreuses expériences ont été conduites dont les résultats, souvent nuls, ou incertains par la non reproductibilité des effets biologiques observés, ont été parfois bénéfiques et ultérieurement utilisés à des fins thérapeutiques.

En France, vers 1964, « l'affaire Priore » associée au « mystère de la grande machine magnétique de Bordeaux » a fait l'objet de nombreuse polémiques, investigations et publications, en particulier dans les comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences.

Plus tard, en 1978, un compte rendu dans la rubrique IMMUNOLOGIE sur « l'importance des mécanismes immunitaires dans la guérison de la trypanosomiase expérimentale par stimulation physique », dans laquelle Antoine Priore était l'un des co-auteurs, laissait apparaître l'intervention suivante d'Alfred Kastler : « J'ai eu l'occasion de visiter l'appareil Priore dans la banlieue de Bordeaux il y a une douzaine d'années. C'est un appareil d'une grande complexité : dans un grand tube de verre contenant du gaz raréfié se produit une décharge haute tension avec effets lumineux et probablement émission de rayons X. Il y a également des champs électromagnétiques de haute fréquence produits par des émetteurs puissants et enfin des champs magnétiques alternatifs de basse fréquence (fréquence du secteur). S'il y a des effets biologiques positifs, il est difficile de savoir quel est le facteur qui agit. Si l'on veut procéder d'une manière scientifique il faut essayer d'isoler ces facteurs ».

En fait le Laboratoire Central de l'Armement a Arcueil avait déjà vérifié l'absence de rayonnement X.

Depuis, les effets des micro ondes électromagnétiques (centimétriques et millimétriques) sur la réponse immunitaire chez des mammifères ont été étudiés par de nombreux laboratoires. La grande absorption de ces ondes par les différents organes, explique que des effets puissent être obtenus sur des lésions superficielles alors que des lésions profondes ne sont pratiquement pas irradiées [1] et [2]. La transposition des effets obtenus sur des cultures cellulaires est très aléatoire, sinon impossible, lorsqu'il s'agit d'être vivants dont les dimensions sont grandes par rapport aux longueurs d'ondes utilisées.

Par ailleurs les effets biologiques des champs électromagnétiques de très basses fréquences sur les cellules, les tissus et les animaux sont maintenant reconnus. Les effets bénéfiques obtenus à l'aide d'un générateur spécifique dont le spectre d'irradiation s'étend entre 10 Hz et 500 KHz sont rapportés dans [3]. Les résultats obtenus montraient qu'il ne pouvait y avoir d'effets biologiques ioniques pour les champs électriques de très basses fréquences (par exemple inférieures à quelques centaines d'Hertz), mais que des effets pouvaient apparaître par résonance cyclotronique. L'une des conclusions suggérait que les effets thérapeutiques pourraient être à l'avenir plus efficaces par un accroissement de l'amplitude du champ électrique pour les fréquences de l'ordre du KHz.

En l'absence d'informations sur le rayonnement de très basses fréquences du tube plasma de l'appareil de Priore, nous avons voulu, à l'aide d'une installation radioélectrique relativement simple associée à un tube plasma faiblement ionisé, procéder à l'analyse du rayonnement d'un tel dispositif dans un spectre de fréquences très large. Dans ce qui suit nous utilisons le système d'unités internationales.

## Rappel Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu plasma sans champ magnétique

Nous supposons le plasma sans collision. La relation de dispersion pour une onde de fréquence  $f$  et de vitesse de phase  $\nu_\varphi$ , se propageant dans un plasma infini non magnétique, dont la densité moyenne électronique est  $n_{e0}$ , s'écrit :

$$f_{pe}/f = [1 - (c/\nu_\varphi)^2]^{1/2} \quad (1)$$

$f_{pe}$  est la fréquence plasma électronique :

$$f_{pe} = (e/2\pi)(n_{e0}/m_e\varepsilon_0)^{1/2} \quad (2)$$

avec  $c = (m_0\varepsilon_0)^{1/2}$ ,  $m_e$  désignant la masse de l'électron, de charge élémentaire  $e$ .

Pour  $f > f_{pe}$  la propagation s'effectue sans affaiblissement dans le milieu plasma équivalent à un diélectrique dont la constante diélectrique relative  $(\varepsilon_r)_e$  est comprise entre 0 et 1 avec :

$$(\varepsilon_r)_e = 1 - \left(\frac{f_{pe}}{f}\right)^2 \quad (3)$$

Pour  $f < f_{pe}$  la propagation ne peut s'effectuer au sein du plasma. Dans ce cas si le milieu plasma est séparé par une surface du milieu air ou vide [4] une onde TM est guidée le long de la surface si  $f < f_{pe}/\sqrt{2}$ , et se propage en s'affaiblissant suivant la loi (en Neper/mètre) :

$$a_1 = (2\pi/\lambda_0) \left[ \left(\frac{f_{pe}}{f}\right)^2 - 2 \right]^{-1/2} \quad (4)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'espace libre :  $\lambda_0 = c/f$ .

La vitesse de phase de l'onde guidée est égale à :

$$\nu_\varphi = c \left[ \frac{(f_{pe}/f)^2 - 2}{(f_{pe}/f)^2 - 1} \right]^{1/2} \quad (5)$$

Le coefficient d'affaiblissement, compté perpendiculairement à la surface, de l'onde guidée est donné par l'expression :

$$(2\pi/\lambda_0).a_2 = (2\pi/\lambda_0) \frac{(f_{pe}/f)^2 - 1}{[f_{pe}/f)^2 - 2]^{1/2}} \quad (6)$$

L'onde, dont le coefficient d'affaiblissement se réduit à :  $a_1$  (4) =  $\frac{2\pi}{c} \frac{f^2}{f_{pe}}$  (7) si  $f \ll f_{pe}$ , a une vitesse de phase  $\nu_\varphi$  (5) pratiquement égale à la vitesse de la lumière  $c$ . Dans ce cas le coefficient d'affaiblissement  $a_2$

(6) se réduit à :  $a_2 = \frac{2\pi f_{pe}}{c}$  (8).

En pratique les expressions (7) et (8) montrent que l'onde est strictement localisée à la surface ( $a_2$  est grand)

et s'affaiblit très peu (faible). Le plasma se comporte alors comme un métal particulièrement bon conducteur. Une onde se propageant dans le milieu vide sera plus ou moins réfléchiée par le milieu ionisé voir [4]. Enfin si  $f_{pe}/\sqrt{2} < f < f_{pe}$ , l'onde est évanescence et ne peut se propager.

### Etat physique de la colonne de plasma

Un volume de gaz à faible pression est introduit dans une enceinte de verre de forme allongée préalablement vide. La décharge dans le gaz est assurée à l'aide d'un fil conducteur disposé en spirales à l'extérieur de l'enceinte (couplage inductif) et relié à un adaptateur d'impédance, lui même connecté à un générateur haute fréquence. Deux colliers, externes à l'enceinte et distants d'une longueur L, peuvent également être utilisés (couplage capacitif). Ces deux types d'excitation permettent d'éviter l'usage d'électrodes internes susceptibles de contaminer le plasma.

Soient  $n_o$  la densité des atomes neutres du gaz et  $n_e$  et  $n_i$  celles, moyennes, des électrons et ions positifs du gaz supposé faiblement ionisé. Soit P la pression initiale du gaz rare supposé à la température initiale  $T_o$ . Dans ces conditions nous avons

$$n_o = \frac{P}{KT_o} \tag{9}$$

K est la constante de Boltzmann.

Le degré d'ionisation du plasma est tel que

$$\alpha = \frac{n_e}{n_e + n_o} \tag{10}$$

Un degré d'ionisation de l'ordre de  $10^{-4}$  correspond, pour un gaz macroscopiquement neutre, à l'égalité suivante :

$$n_{eo} = n_{io}$$

Cependant cette égalité des valeurs moyennes des densités des électrons et des ions n'empêche pas les corrélations de positions entre électrons et ions. Le potentiel de Debye  $\Phi$  local autour de l'ion positif, entouré d'un nuage d'électrons, s'écrit :

$$\Phi = \frac{e}{4\pi\epsilon_o r} \exp(-r/\lambda_{De}) \tag{11}$$

où  $\lambda_{De}$  désigne la longueur d'onde électronique de Debye telle que :

$$\lambda_{De} = \frac{1}{e} \left( \frac{\epsilon_o KT_e}{n_{eo}} \right)^{1/2} \tag{12}$$

La densité électronique  $n_e(r)$  autour de l'ion positif s'écrit :

$$n_e(r) = n_{eo} \exp\left(+ \frac{e\Phi}{KT_e}\right) \approx n_{eo} \left(1 + \frac{e\Phi}{KT_e}\right) \tag{13}$$

L'approximation (13) n'est valable que si le potentiel normalisé de Debye  $\phi$  est très inférieur à l'unité soit :

$$\phi = \frac{e\Phi}{KT_e} \ll 1 \tag{14}$$

D'après (11) « l'épaisseur » du nuage d'électrons est de l'ordre de  $\lambda_{De}$ . A partir de (11) et (13) on peut écrire la densité électronique « perturbée » sous la forme suivante :

$$n_e(r) = n_{eo} \left[ 1 + \frac{r_o}{r} \exp(-r/\lambda_{De}) \right] \tag{15}$$

où  $r_o$  est la longueur de Landau :

$$r_o = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_o KT_e} \tag{16}$$

Le deuxième terme de (15) représente le nuage d'électrons supplémentaires autour de chaque ion.

Si  $q_i = eZ_i$  est la charge d'un ion, on définit également la longueur d'onde d'écran de Debye :

$$\lambda_s = \frac{1}{e} \left[ \frac{\epsilon_o KT_e}{n_{eo}(1+Z_i)} \right]^{1/2} \tag{17}$$

Plus la température est élevée, plus le degré d'ionisation de l'ion positif est élevé (simplement ionisé pour  $Z_i = 1$ , doublement ionisé pour  $Z_i = 2$  etc.)

Les corrélations ions-ions interviennent dans l'expression du potentiel  $\Phi$  qui prend alors une forme analogue à (11) mais en remplaçant dans l'exponentielle  $\lambda_{De}$  par  $\lambda_s$ .

La distance moyenne entre deux électrons, ou entre deux ions, ou encore entre un électron et un ion est grossièrement égale à  $d_e = n_{eo}^{-1/3}$  (18).

Les plasmas cinétiques classiques obéissent à la double inégalité :

$$r_o \ll d_e \ll \lambda_s \tag{19}$$

La condition  $r_o \ll d_e$  signifie que les corrélations sont peu importantes et que le plasma peut être assimilé à un gaz parfait.

Les plasmas à fort couplage correspondent à  $\lambda_s < d_e$  et sont difficiles à produire.

La colonne de plasma à l'argon, faisant l'objet de cette étude, correspond aux paramètres suivants :

$$P = 5T = 6,65.10^2 \text{ Pascal}, T_i \approx T_o = 300 \text{ degrés Kelvin}, T_e = 3.10^4 \text{ degrés Kelvin}, \alpha = 10^{-4} (Z_i = 1)$$

A l'aide des formules précédentes on déduit :

$$n_o = 1,610^{23} \text{ par m}^3, KT_e = 2,6 \text{ eV}, n_{eo} = n_{io} = 1,610^{19}/\text{m}^3$$

$$\lambda_{De} = 3\mu\text{m} \quad r_o = 5,610^{-4} \mu\text{m}, \lambda_s = 2,1 \mu\text{m} \quad d_e = 0,4 \mu\text{m}$$

La double inégalité (19) est vérifiée et prouve que notre plasma est du type faiblement ionisé.

Avec  $m_i = 6,63.10^{-26} \text{ kg}$  on déduit les fréquences plasma :  $f_{pi} = 133 \text{ MHz}$  alors que .

### Analyse du rayonnement imputable à l'agitation électronique dans la colonne de plasma

La fréquence d'excitation, égale à 27 MHz est faible par rapport aux fréquences plasma précédentes.

Le coefficient d'affaiblissement  $a_2$  (8) pour  $f_{pe}$ , est égal à 754 N/m, et  $a_1$  (7) égal à  $0,4 \cdot 10^{-3}$  N/m. Ces valeurs montrent à l'évidence que la décharge électronique est pratiquement de surface. Dans ces conditions la colonne cylindrique de plasma va se comporter, du point de vue rayonnement, comme un doublet de longueur L de conductivité électrique pratiquement infinie. C'est le problème des antennes plasma déjà évoqué [5].

Cependant, dans cette application [5], la longueur de la colonne plasma (2,2 m) est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde d'espace libre correspondant à l'émission (140 MHz) ou à la réception (60 MHz). De plus, lorsque la fréquence d'excitation est très inférieure à la fréquence de réception, par exemple 50 Hz, le rapport signal sur bruit est très fortement dégradé. La fréquence plasma électronique dans cette application était égale à 10 GHz.

La différence de potentiel V appliquée entre les deux colliers (couplage capacitif) correspond pour la vitesse théorique  $(\nu_e)_M$  maximale des électrons, à l'expression :

$$(\nu_e)_M = (2 \cdot V \cdot e / m_e)^{1/2} \quad (20)$$

Pour  $f = 27$  MHz, nous avons mesuré :  $V = 430$  volts et déduit :  $(\nu_e)_M = 1,2 \cdot 10^7$  m/s

La vitesse thermique des électrons égale à : (20)

$$(\nu_e)_{th} = \sqrt{\frac{2K T_e}{m_e}} \quad (21) \text{ est plus faible et égale à : } 10^6 \text{ m/s.}$$

Le doublet ouvert, équivalent à la colonne de plasma, va donc rayonner une onde du type transversal magnétique [4].

Dans le plan médian, perpendiculaire à la colonne plasma, la composante  $(E_\theta)_f$  du champ électrique et celle  $(H_\phi)_f$  du champ magnétique à la distance r, sont données par les expressions (22) et (23) [4] :

$$|(E_\theta)_f| = \frac{L \cdot |I_f|}{4\pi \epsilon_0 \omega} \cdot \frac{1}{r^3} \left[ (1 - k_0^2 r^2) 2 + k_0^2 r^2 \right]^{1/2} \quad (22)$$

$$|(H_\phi)_f| = \frac{1}{4\pi r^2} \cdot L \cdot |I_f| \cdot \sqrt{1 + k_0^2 r^2} \quad (23)$$

Le courant électronique de décharge s'écrit :

$$|I_f| = \omega |Q_e| = 2\pi f \cdot e \cdot (\Delta n_e) V_p \quad (24)$$

$(\Delta n_e) V_p$  représente le nombre d'électrons, participant à la décharge, contenus dans le volume du tube plasma.

Nous avons déterminé à l'analyseur de spectre, de résistance d'entrée égale à  $R_o$ , l'induction magnétique  $(B_\phi)_f$  rayonnée à la distance r, à l'aide d'une spire conductrice de rayon R, suivant l'expression :

$$|(B_\phi)_f| = \frac{\sqrt{P_f \cdot R_o}}{\pi_2 \sqrt{2 \cdot f \cdot R^2}} = |(H_\phi)_f| \mu_0 \quad (25)$$

$P_f$  est la puissance moyenne HF mesurée à l'analyseur de spectre.

Avec  $P_f = 3,16 \cdot 10^{-9}$  watt (soit - 55 dBm),  $r = 3$  m,  $R_o = 50$  ohms,  $R = 10^{-2}$  m,  $f = 27$  MHz,  $V_p = 10^{-3}$  m<sup>3</sup>,  $L = 0,3$  m nous déduisons des formules (22) à (25) les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} |(H_\phi)_f| &= 8,4 \cdot 10^{-3} \text{ A/m} & |(B_\phi)_f| &= 1,06 \cdot 10^{-8} \text{ Tesla} \\ |I_f| &= 1,61 \text{ A crête} & \Delta n_e &= 5,8 \cdot 10^{13} \text{ électrons/m}^3 \\ (E_\theta)_f &= 2,4 \text{ V/m.} \end{aligned}$$

On peut noter que la densité des électrons participant au rayonnement de la haute fréquence est très inférieure à celle de l'ensemble des électrons égale à  $1,6 \cdot 10^{19}/m^3$ .

On a pu mettre en évidence le rayonnement (à une distance de 0,5 m du tube) des harmoniques de la fréquence fondamentale de 27,12451 MHz à l'aide d'un analyseur de spectre dont la bande passante est de 1 Hertz. Le niveau du bruit correspond à une puissance égale à 140 dBm. Le tableau 1 donne en fonction du rang N de l'harmonique la fréquence et le niveau du signal mesurés.

N	1	10	22	53
f(MHz)	27,12451	27102451	596,73922	1437,599
Signal (dBm)	-16	-85	-95	-131

Tableau 1. Niveau des harmoniques de la fréquence d'excitation.

### Evaluation de la vitesse des ions. Ondes non dispersives

On peut d'abord évaluer un ordre de grandeur de cette vitesse en appliquant la théorie des chocs parfaitement élastiques entre un électron de vitesse  $(\nu_e)_M$  et un atome d'argon supposé initialement au repos. La vitesse, après le choc de l'ion argon est égale à

$$(\nu_i)_c = \frac{2m_e}{m_e + m_i} \cdot (\nu_e)_M \quad (26)$$

Par ailleurs, la vitesse thermique des ions est la suivante :

$$(\nu_i)_{th} = \left( \frac{2KT_i}{m_i} \right)^{1/2} \quad (27)$$

On peut aussi calculer la vitesse de l'ion à l'aide de la formule de Laplace :

$$(\nu_i)_L = \sqrt{\frac{\gamma \cdot P_o}{\rho_o}} \quad (28)$$

$p_o$  est la pression partielle due à la fluctuation  $\Delta n_i$  de densité des ions à l'échelle des temps longs et  $p_o$  la masse spécifique par unité de volume données par les expressions suivantes :

$$p_o = P \cdot \frac{\Delta n_i}{n_o} \quad (29) \quad p_o = \Delta n_i \cdot m_i \quad (30)$$

$\gamma = 1,402$  est le rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constants.

Avec (9), (29) et (30) l'expression (28) s'écrit :

$$(\nu_i)_L = \left( \frac{\gamma K T_o}{m_i} \right)^{1/2} \geq \quad (31)$$

Dès lors on peut se poser la question suivante : existe-t-il une onde dont la vitesse de phase serait comprise entre les vitesses thermiques des ions et électrons et vérifiant la double inégalité :

$$(\nu_i)_{th} \ll C_S \ll (\nu_e)_{th}$$

ou

$$\left( \frac{2KT_i}{m_i} \right)^{1/2} \ll \frac{\omega}{k} \ll \left( \frac{2KT_e}{m_e} \right)^{1/2} \quad (32)$$

L'équation de dispersion s'écrit ([6] :

$$\left( 1 + \frac{k_e^2}{k^2} \right) \omega^4 - \omega_{pi}^2 \omega^2 - 3 \frac{k^2}{k_i^2} \omega_{pi}^4 = 0 \quad (33)$$

$k_e$  et  $k_i$  sont respectivement l'inverse des longueurs d'onde de Debye électronique et ionique telles que :

$$k_e = \frac{1}{\lambda_{De}} = e \left( \frac{n_{eo}}{\epsilon_o K T_e} \right)^{1/2} \quad (34)$$

$$k_i = \frac{1}{\lambda_{Di}} = e \left( \frac{n_{io}}{\epsilon_o K T_i} \right)^{1/2} \quad (35)$$

$\omega_{pi}$  est la pulsation de plasma ionique :

$$\omega_{pi} = e \left( \frac{n_{eo}}{\epsilon_o m_i} \right)^{1/2} = e \left( \frac{n_{io}}{\epsilon_o m_i} \right)^{1/2} \quad (36)$$

Dans la mesure où  $\lambda_{De} \ll \lambda$  et  $\omega/k \gg \sqrt{\frac{2KT_i}{m_i}}$  l'équation (33) se réduit à :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{\omega_{pi}}{k_e} = \sqrt{\frac{KT_e}{m_i}} = C_S \quad (37)$$

L'expression (37) montre que l'onde a une vitesse de phase  $C_S$  indépendante de la fréquence, c'est à dire est non dispersive.

Avec les valeurs précédentes :

$T_e = 3.10^4$   $T_i = 300$   $m_i = 6,63.10^{-26}$  on déduit :  $(\nu_i)_{th} = 353$  ms,  $(\nu_i)_L = 296$  ms  $C_S = 2\,500$  m/s. La double inégalité (32) est vérifiée.

Enfin la condition  $\lambda \gg \lambda_{De} = 3 \mu\text{m}$  est à l'évidence remplie.

## Effets non linéaires

Avant de justifier la formation des ondes non linéaires à l'aide des équations hydrodynamiques, examinons les résultats des mesures du rayonnement, dû à la décharge, au sein du plasma, d'ions générés par les effets non linéaires.

En effet, la mise en évidence par l'expérience d'un rayonnement à la fréquence de modulation et de ses harmoniques, ne pouvait s'expliquer que par l'existence d'effets non linéaires générés au sein de la colonne de plasma.

## Expérimentations

### Analyse spectrale

Les fréquences de modulations des trains d'impulsions haute fréquence (signaux carrés) utilisées étaient comprises entre 500 Hz et 20 KHz.

Les ondes générées, évoquées déjà au paragraphe 5, baptisées pseudo sonores en raison d'une faible vitesse de phase, sont rayonnées dans l'espace malgré une différence énorme entre les longueurs d'onde d'espace libre correspondantes (de  $6.10^5$  m à  $1,5.10^4$  m) et la longueur de l'antenne plasma voisine de  $L = 0,3$  m. L'explication physique du rayonnement tient au fait que les longueurs d'onde  $\lambda_r = C_S/f_r$ , (38) relatives à l'antenne plasma et associées aux ions lents, restent comprises entre 5 m et 0,12 m. L'onde rayonnée est du type TM (transversale magnétiques).

L'expérimentation a été effectuée dans le plan médian perpendiculaire à l'axe du tube plasma. Elle se rapporte à la composante du champ électrique  $|(E_\theta)_{fr}|$  mesurée à l'aide d'une antenne doublet électrique symétrique d'une longueur totale de 0,3 m reliée à un analyseur de spectre dont la fréquence supérieure de fonctionnement est de 20 KHz.

Le niveau de bruit atmosphérique, mesuré à 20 KHz correspondait à - 90 dB.volts soit  $32 \mu\text{V}$  à l'entrée de l'analyseur. Le doublet électrique était donc plongé dans un champ électrique égal à  $32.10^{-6}/0,3 = 107 \cdot 10^{-6}$  volts/m soit  $107 \mu\text{V/m}$ . Cette valeur est compatible avec le niveau de bruits atmosphériques compris entre 50 et , rapporté par P. David [7] à l'époque du début de la télégraphie transatlantique en ondes longues ( $\lambda_o = 15\,000$  m).

Le champ électrique mesuré, de très basses fréquences, et dû aux effets non linéaires analysés au paragraphe suivant, est engendré par un courant ionique de décharge  $|I_{fr}|$  suivant une relation analogue à l'expression (22) dans laquelle, cette fois, on peut négliger le facteur devant 1. On peut donc écrire :

$$|(E_\theta)_{fr}| = \frac{L|I_{fr}|}{r^3} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_o\omega_r} \quad (39)$$

Cette relation est valable pour  $r \gg L$ .

Le *tableau 2* donne pour  $f_r = 2$  KHZ les valeurs des champs électriques mesurés, et théoriques (39) correspondant à  $|I_{fr}| = 0,14 \cdot 10^{-6}$  A, donnés pour différentes distances  $r$ .

On peut noter la bonne concordance entre les résultats théoriques et expérimentaux justifiant la loi en  $1/r^3$ . Le courant de décharge ionique  $|I_{fr}|$  s'écrit de façon analogue à (24) :

$$|I_{fr}| = 2\pi f_r e \cdot (\Delta n_i)_{fr} V_p \tag{40}$$

$(\Delta n_i)_{fr}$  représente le nombre d'ions positifs argon sollicités qui participent à la décharge due à l'effet non linéaire du plasma. Avec (39) et (40) nous déduisons ce nombre :

$$(\Delta n_i)_{fr} V_p = \frac{|(E_\theta)_{fr}| r^3 \cdot 4\pi \epsilon_0}{e \cdot L} \tag{41}$$

Nous constatons que ce nombre d'ions est indépendant de  $f_r$ . Ceci est confirmé par l'expérience. En effet pour des fréquences  $f_r$  comprises entre 500 Hz et 10 KHZ (0,5, 1, 4, 6, 8 et 10 KHZ) le niveau de  $|E_\theta|_{fr}$  mesuré à 1,9 m du tube à l'aide de l'analyseur de spectre, et égal à - 60 dB au dessus du volt, était pratiquement constant et égal à 3,3 mV/m.

Comme conséquences, nous déduisons que le nombre d'ions sollicités (41) est indépendant de  $f_r$  et nous poserons pour la densité constante de ces ions :

$$\Delta N_i = (\Delta n_i)_{fr} \tag{42}$$

Le rapport  $\Delta N_i/n_i = \Psi_M$  (43) sera donné au paragraphe suivant comme solution de l'équation non linéaire de Kortweg-de-Vries appelée Soliton.

Avec  $|E_\theta|_{fr} = 3,3 \cdot 10^{-3}$  VM mesuré à  $r = 1,9$  m et  $V_p = 10^{-3}$  m/s nous déduisons de (41) et (42) :  $\Delta N_i = 5,02 \cdot 10^{10}$  ions/m<sup>3</sup>. Comme  $n_i = 1,6 \cdot 10^{19}$  la relation (43) nous permet d'écrire :

$$\Psi_M = 3,3 \cdot 10^{-9} \tag{44}$$

On peut dire que l'effet de non linéarité se situe à - 170 dB. Il est particulièrement faible.

La haute fréquence d'excitation du tube plasma est modulée en signaux carrés. L'expérience a montré, quelque soit la fréquence de modulation  $f_r$ , l'existence d'harmoniques impairs (3  $f_r$ , 5  $f_r$ ...) et la faiblesse des harmoniques pairs qui se situent à au moins 30 dB en dessous. L'examen des paramètres définissant les solitons et le très faible temps de relaxation (62) caractéristique du retour de l'équilibre entre deux signaux carrés, justifient cette propriété. (cf. *tableau 7*)

Enfin nous avons noté, pour chaque fréquence  $f_r$ , la pureté du spectre, comme en témoignent les résultats des mesures effectuées à 2 et 10 KHZ (cf. *tableau 3 et 4*) pour les raies les plus caractéristiques :

La composante  $(H_\varphi)_{fr}$  du champ magnétique se déduit de  $(E_\theta)_{fr}$  (39) par la relation suivante :

r(m)	0,95	1,10	1,35	1,50	1,75	1,90	2,20	2,35
$ I_{fr} $ mesuré m/m <sup>3</sup>	33	27	13	10	6,0	3,3	2,6	1,9
$ I_{fr} $ (39) m/m <sup>3</sup>	40	22	13	8,7	6,0	4,3	2,8	2,3

Tableau 2

f (KHz)	0,45	0,80	1,2	1,6	2	2,45	2,8	3,2	3,55	4	4,45
$ E_\theta $ mV/m	3,3	3,3	7,5	1,7	70	1,3	10	2,6	3,3	3,3	2,6

Tableau 3. ( $f_r = 2$  KHz)  $r = 0,75$  m.

f (KHz)	6,5	7,5	10	11,5	12,1	13,5	14,5
$ E_\theta $ mV/m	1,3	2,7	107	13	3,4	1,7	0,8

Tableau 4. ( $f_r = 10$  KHz)  $r = 0,75$  m

$$|(H_\varphi)_{fr}| = \epsilon_0 \omega_r \cdot r \cdot (E_\theta)_{fr} \tag{45}$$

Ainsi pour  $0,9 < r < 2,35$  m et  $f_r = 2$  KHZ on déduit avec (45) et le *tableau 2* que la valeur théorique de  $|(H_\varphi)_{fr}|$  varie entre  $4 \cdot 10^{-9}$  et  $6 \cdot 10^{-10}$  A/m soit pour  $|B_\varphi|$  une variation de  $5 \cdot 10^{-15}$  à  $7,5 \cdot 10^{-16}$  Tesla.

Ce sont des valeurs si faibles qu'elles ne sont pas mesurables. Donc dans le rayonnement basse fréquence imputable à l'agitation ionique, seul le champ électrique est à prendre en considération. Cette conclusion concerne le rayonnement ionique basse fréquence en espace libre. Par contre dans le cas de l'interaction onde-matière et en particulier d'ondes de surface (ondes de Zenneck), les conditions aux limites du champ électromagnétique induisent une induction magnétique tangentielle  $(B)_y$  beaucoup plus importante et mesurable (formules (73) et (74). En effet pour un champ électrique incident  $(E1)_x^0$  du même ordre de grandeur que précédemment c'est à dire compris entre 40 et 2,3 mV/m (cf. *tableau 2*), l'induction magnétique générée serait comprise entre et Tesla.

Analyse en temps réel

Le signal instantané basse fréquence rayonné par la colonne plasma, périodique selon une fréquence de répétition  $f_r$ , correspond à la modulation en signaux carrés de la haute fréquence à  $f = 27$  MHz. L'observation à l'oscilloscope de l'impulsion de largeur  $1/2f_r$  montre la superposition du signal HF d'une part et des signaux « pseudo sonores » aux fréquences  $f_r$  et harmoniques impairs d'autre part. Ces derniers, ramenés à une distance de 0,75 m du tube, correspondent à un champ global dû aux solitons rayonnés égal à environ 10 V/m.

Ondes non linéaires. Solitons

Les ondes non linéaires sont décrites par une théorie hydrodynamique où l'amortissement de Landau peut être négligé puisque la température électronique  $T_e$  est très largement supérieure à la température ionique  $T_i \approx T_o$ . La théorie est unidimensionnelle [8]. Les ondes longitudinales, dites « pseudo-sonores » sont localisées dans la gamme des basses fréquences. Soit  $V$  la vitesse de l'impulsion solitaire. Le potentiel normalisé  $\phi$  (14) obéit à une équation différentielle du second ordre [8] dont le maximum se produit pour une vitesse  $V$  donnée par l'équation :

$$\exp(\phi_M) + \left(\frac{V}{C_S}\right) \left[\left(\frac{V}{C_S}\right)^2 - 2\phi_M\right]^{1/2} = \left(1 + \frac{V}{C_S}\right) \quad (46)$$

Posons  $\frac{V}{C_S} = 1 + \nu_o$ . Pour que l'impulsion solitaire reste univaluée, doit être tel que :

$$KT_e\phi_M < \frac{m_i V^2}{2} = \frac{m_i C_S^2}{2} (1 + \nu_o)^2 \quad (47)$$

soit avec (37) :  $\phi_M < \frac{1}{2}(1 + \nu_o)^2$

Au delà de cette valeur, la vitesse des ions devient multivaluée. Il se produit un choc dit « acoustique ionique » non collisionnel. Le *tableau 5* donne  $\phi_M$  en fonction de  $\nu_o$  suivant (46) et (48) :

$\nu_o = \phi_M^3/3$  (48) correspond à un développement limité de (46) valable seulement pour les faibles valeurs de  $\nu_o$ .

Entre le régime linéaire ( $\nu_o = 0$ ) et le régime de choc, c'est à dire  $\phi_M \ll 1$ , le potentiel normalisé du 1<sup>er</sup> ordre en  $\varepsilon$ , tel que  $\Psi = \varepsilon\phi_1$ , obéit à l'équation non linéaire aux dérivées partielles de Kortweg-de-Vries (49) :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \Psi \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \Psi}{\partial \xi^3} = 0 \quad (49)$$

Les variables normalisées sont :

$$\tau = \varepsilon^{3/2} - \omega_{pi} t \quad \xi = \varepsilon^{1/2} [x/\lambda_{De} - \omega_{pi} t] \quad (50)$$

$\omega_{pi}$  est la pulsation de plasma ionique (36) et  $\lambda_{De}$  la longueur d'onde électronique de Debye égale à l'inverse de  $k_e$  (34).

Dans (49),  $\partial \Psi / \partial \xi$  représente un terme faible de non linéarité et  $\partial^3 \Psi / \partial \xi^3$  un terme de faible dispersion.

La solution unique, appelée soliton, est de la forme transposable facilement dans (49)

$$\Psi = 3\nu_o \cdot \text{sech}^2 \left[ \left( \frac{\nu_o}{2} \right)^{1/2} (\xi - \nu_o \tau) \right] \quad (51)$$

$\Psi$  correspond à la fluctuation de densité des ions à l'échelle des temps longs, normalisée à la densité de l'ensemble des ions (43).

En utilisant les variables normalisées (50) on peut encore écrire (51) sous la forme suivante :

$$\Psi(x,t) = 3\nu_o \cdot \text{sech}^2 \left\{ \left( \frac{\nu_o \varepsilon}{2} \right)^{1/2} \left[ \frac{x}{\lambda_{De}} - \omega_{pi} t (1 + \varepsilon \nu_o) \right] \right\} \quad (52)$$

La fonction sech étant inférieure à l'unité on peut écrire avec (43) :

$$\Psi_M = 3\nu_o = \varepsilon(\phi_M)_1 = \frac{\Delta n_i}{n_i} \quad (53)$$

La vitesse du soliton, ou onde solitaire, est égale à :

$$V = \lambda_{De} \omega_{pi} (1 + 3\nu_o) = \sqrt{\frac{KT_e}{m_i}} (1 + \varepsilon \nu_o) \quad (54)$$

ou encore avec (37) :

$$V = C_S (1 + 3\nu_o) \quad (55)$$

Des expressions précédentes on déduit :

$$\varepsilon = \frac{\Psi_M}{(\phi_M)_1} \text{ et } \nu_o \varepsilon = \frac{(\Psi_M)^2}{3(\phi_M)_1}$$

Pour  $\nu_o \ll 1$  on peut écrire grâce au développement limité donné en (48) :

$$\varepsilon = (\phi_M)_1^2 \quad (56)$$

$$\nu_o \varepsilon = \frac{[(\phi_M)_1]^5}{3} \quad (57)$$

$$\Psi_M = [(\phi_M)_1]^3 \quad (58)$$

La corrélation ion-ion, séparés par une distance moyenne égale à  $d_e$  (18) avec (11), (14) et (16) est telle que :

$$(\phi_M)_1 = \frac{r_o}{d_e} \exp\left(-\frac{d_e}{\lambda_S}\right) \quad (59)$$

Avec (43), (58) et (59) on déduit :

$$\Psi_M = \frac{\Delta n_i}{n_i} = \left[ \frac{r_o}{d_e} \exp\left(-\frac{d_e}{\lambda_S}\right) \right]^3 \quad (60)$$

Avec la valeur précédente (44)  $\Psi_M = 3,3 \cdot 10^{-9}$ , déduite de la mesure du champ électrique rayonné, on peut calculer les grandeurs suivantes :

$$\begin{aligned} (\phi_M)_1 &= \Psi_M^{1/3} = 1,5 \cdot 10^{-3} \\ \varepsilon &= 2,2 \cdot 10^6 \\ \nu_o \varepsilon &= 2,5 \cdot 10^{-15} \\ \Phi_M &= KT_e \ln(\phi_M)_1 = 3,9V \end{aligned}$$

RSTID 57 Septembre 2002

$\phi_M$	$10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$10^{-2}$	0,025	0,05	0,10	0,15	0,30	0,50	0,70
$V_o$ (46)	$3,3 \cdot 10^{-11}$	$4,2 \cdot 10^{-8}$	$3,4 \cdot 10^{-7}$	$5,4 \cdot 10^{-6}$	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$7,6 \cdot 10^{-1}$	0,193
$V_o = \frac{\phi_M^3}{3}$ (48)	$3,3 \cdot 10^{-15}$	$4,1 \cdot 10^{-8}$	$3,3 \cdot 10^{-7}$	$5,2 \cdot 10^{-6}$	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-2}$	$4,2 \cdot 10^{-1}$	0,114

Tableau 5

Mais ce qui est remarquable, c'est la résolution théorique de (60) et (59) avec les valeurs précédentes  $r_o = 5,6.10^{-4} \mu\text{m}$ ,  $d_e = 0,4 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_S = 2,1 \mu\text{m}$  qui donne :

$$(\phi_M)_1 = 1,16.10^{-3}, \Psi_M = 1,55.10^{-9} \text{ et } \Phi_M = 3,1 \text{ mV}$$

Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que celles déduites des mesures en particulier pour le potentiel  $\Phi_M$ . On remarquera aussi que la vitesse du soliton (55), très proche de  $C_S$ , dépend théoriquement de son amplitude  $3\nu_o$ . Des solitons d'amplitudes différentes peuvent donc rentrer en collision tout en conservant leur forme [8]. Le tableau 6 montre l'évolution des paramètres et en fonction du potentiel max normalisé de Debye.

### Décomposition du soliton en série de Fourier

$$\text{Posons } \Psi(t) = b_o + \sum_{N=1}^{\infty} b_N \cos N\omega_p t \quad (61)$$

Entre deux impulsions séparées par une durée égale à  $1/\text{fr}$  le retour à l'équilibre du milieu plasma s'effectue suivant la loi :  $\exp(-t/\tau_p)$  où  $\tau_p$  est le temps de relaxation donné par :

$$\begin{aligned} \tau_p &= \frac{\lambda_{De}}{(\nu_e)_{th}} = \frac{1}{e} \left( \frac{\epsilon_o K T_e}{n_{e o}} \right)^{1/2} \cdot \left( \frac{m_e}{2 K T_e} \right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{e} \left( \frac{\epsilon_o m_e}{2 n_{e o}} \right)^{1/2} = \frac{1}{\omega_{pe} \sqrt{2}} \end{aligned} \quad (62)$$

Avec  $f_{pe} = 36 \text{ GHz}$  on déduit de (62) :  $\tau_p = 3\text{pS} \ll 1/\text{fr}$

Pour  $\omega_{pi} = 0,84.10^9$  on aurait un temps de relaxation égal à  $0,85 \text{ nS}$  encore très faible devant  $1/\text{fr}$ . Dans ces conditions les coefficients et de (61) peuvent s'écrire avec (52) pour  $x = 0$  :

$$b_o = 3f_r \nu_o \int_{-1/4\text{fr}}^{1/4\text{fr}} \text{sech}^2 \left[ \left( \frac{\nu_o \epsilon}{2} \right)^{1/2} \omega_{pi} t \right] dt \quad (63)$$

$$b_N = 6f_r \nu_o \int_{-1/4\text{fr}}^{1/4\text{fr}} \text{sech}^2 \left[ \left( \frac{\nu_o \epsilon}{2} \right)^{1/2} \omega_{pi} t \right] \cos(N2\pi \text{fr } t) dt \quad (64)$$

On trouve numériquement que les coefficients  $b_o$  et  $b_N$  sont indépendants de  $f_r$  comme l'est, du reste, le soliton  $\Psi_M = \Delta n_i / n_i$ .

Avec les valeurs précédentes :  $\nu_o = 1,10^{-9}$ ,  $\nu_o \epsilon = 2,5.10^{-15}$  et  $\omega_{pi} = 0,84.10^9$  on trouve quelque soit  $f_r$  :  $b_o = 1,65.10^{-9}$  et  $b_N$  donnés au tableau 7.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$b_N$	$2,1.10^{-9}$	$9.10^{-13}$	$7.10^{-13}$	$3,7.10^{-15}$	$4,2.10^{-10}$	$10^{-15}$	$-3.10^{-10}$	$1,6.10^{-17}$	$2,3.10^{-17}$

Tableau 7

Les coefficients pour N pair, sont très affaiblis par rapport a , donc ne sont pas détectés, comme nous l'avons constaté expérimentalement.

*Remarque* : par contre avec une valeur du potentiel normalisé plus grande [ $(\phi_M)_1 = 2,5.10^{-2}$ ], au lieu de  $1,5.10^{-3}$  dans notre cas, les coefficients des harmoniques pairs calculés sont du même ordre de grandeur que ceux des harmoniques impairs.

### Extension possible à un plasma fortement ionisé

L'intérêt d'une telle spéculation, réside dans la réponse à apporter à la question suivante : peut on rayonner à l'aide d'un tube plasma un champ électrique de très basse fréquence plus intense que celui mis en évidence dans cette étude ? Plusieurs paramètres sont à considérer, la pression initiale du gaz, la température électronique, le degré d'ionisation, les dimensions du tube.

Le champ électrique aux très basses fréquences dû à l'effet non linéaire s'exprime à l'aide de (41) soit :

$$|E_{\theta}| = \frac{e.L.V_p.\Delta n_i}{4\pi\epsilon_o r^3} \quad (65)$$

Nous avons bien noté que  $E_{\theta}$  et  $\Delta n_i$  étaient indépendants de  $f_r$ , fréquence de récurrence.

A l'aide de l'expression (60) nous pouvons écrire :

$$|E_{\theta}| = \frac{e.L.V_p}{4\pi\epsilon_o r^3} n_i \left[ \frac{r_o}{d_e} \cdot \exp\left(-\frac{d_e}{\lambda_S}\right) \right]^3 \quad (66)$$

Avec (9) et (10) nous déduisons :

$$n_i \approx n_{io} = \frac{\alpha P}{KT_o(1-\alpha)} \quad (67)$$

$\alpha$  est le degré d'ionisation du gaz, P la pression à la température  $T_o$ . L'expression du champ s'écrit donc avec (66) :

$$|E_{\theta}| = \frac{e.L.V_p}{4\pi\epsilon_o r^3} \cdot \frac{\alpha P}{KT_o(1-\alpha)} \cdot \left[ \frac{r_o}{d_e} \cdot \exp\left(-\frac{d_e}{\lambda_S}\right) \right]^3 \quad (68)$$

Rappelons que  $L.V_p$  est homogène à une longueur à la puissance 4.

Les expressions (67) et (68) peuvent s'écrire en unités du système international SI sous la forme suivante :

$(\phi_M)_1$	$10^{-3}$	$5.10^{-3}$	$10^{-2}$	0,025	1,05	0,10	0,15	0,30
$\epsilon(56)$	$10^{-5}$	$2,5.10^{-5}$	$10^{-4}$	$6.10^{-4}$	$2,5.10^{-3}$	$10^{-2}$	$2,2.10^{-2}$	0,09
$\nu_o \epsilon(57)$	$3,3.10^{-16}$	$10^{-12}$	$3.10^{-11}$	$3.10^{-9}$	$10^{-7}$	$3.10^{-4}$	$2,5.10^{-5}$	$8.10^{-4}$
$\Psi_M(58)$	$10^{-9}$	$1,2.10^{-7}$	$10^{-6}$	$1,6.10^{-5}$	$1,25.10^{-4}$	$10^{-3}$	$3,3.10^{-3}$	0,03

Tableau 6

$$n_i = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \cdot P \cdot 2,4 \cdot 10^{20} \quad (69)$$

$$|E_\theta| = \frac{L \cdot V_p \cdot 6,77 \cdot 10^{-24} \cdot n_i^2}{r^3 \cdot T_e^3} \left[ \exp\left(\frac{-0,02 n_i^{1/6}}{T_e}\right) \right]^3 \quad (70)$$

P s'exprime en Pascals,  $n_i$  nombre d'ions (ou d'électrons) par  $m^3$ , L en mètres,  $V_p$  en  $m^3$ , et  $E_\theta$  en Volts par mètre.

Pour accroître la composante électrique du champ rayonné il faut augmenter la densité des ions et les dimensions de la colonne de plasma.

Avec les paramètres suivants :

$$L = 1 \text{ m,}$$

$$V_p = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3,$$

$$n_i = n_e = 10^{23}/m^3,$$

$$T_e = 5 \cdot 10^4 \text{ on trouve : avec (70) :}$$

$$(E_\theta) = \frac{4,3 \cdot 10^5}{r^3} \text{ (V/m)} \quad (71)$$

r étant exprimé en mètres avec  $r \gg L$ .

Le *tableau 8* donne la pression initiale P du gaz en fonction du taux d'ionisation  $\alpha$  pour obtenir la densité des ions égale à  $10^{23}/m^3$ , ainsi que la densité des neutres. r étant exprimé en mètres, avec  $r \gg L$ .

Le choix de la pression P du gaz dépend de la facilité

P (Pascals)	$1,014 \cdot 10^5$	$1,014 \cdot 10^4$	$1,014 \cdot 10^3$
$\alpha$ (d'après 67)	$4 \cdot 10^{-3}$	$3,95 \cdot 10^{-2}$	0,291
$n_0 / m^3$ (9)	$2,45 \cdot 10^{23}$	$2,45 \cdot 10^{24}$	$2,45 \cdot 10^{23}$

Tableau 8 (valable pour  $n_i = 10^{23}/m^3$ ).

d'obtention de la décharge suivant la source disponible (laser ?). La pression égale à  $1,014 \cdot 10^5$  correspond à la pression atmosphérique normale.

On peut dire que cet exemple rentre encore dans la catégorie des plasmas cinétiques classiques avec les valeurs suivantes :

$$r_0 = 0,33 \cdot 10^{-9} \text{ m, } \lambda_S = 3,45 \cdot 10^{-8} \text{ m et de } 2,1 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

La double inégalité (19) est en effet encore vérifiée. Les paramètres définis précédemment prennent les valeurs suivantes :  $(\phi_M)_1 = 8,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\Phi_M = 37 \text{ mV}$ ,  $\varepsilon = 7,3 \cdot 10^{-5}$

$$\Delta n_i = 6,2 \cdot 10^{16}/m^3, \nu_0 \varepsilon = 1,5 \cdot 10^{11}, \nu_0 = 2,1 \cdot 10^{-7}, C_S = 3 \text{ 230 m/s pour le gaz argon.}$$

### Application à la propagation d'ondes de surface guidées par l'eau de mer. Communication TBF air-mer

Nous montrons d'abord que les ondes solitaires de très basses fréquences peuvent être avantageusement guidées à

la surface de l'eau de mer lorsqu'elles sont du type TM à onde de surface ([4]. Il s'agit de l'onde de Zenneck, caractérisée par un champ magnétique horizontal, donc parallèle à la surface, et un champ électrique dans le plan vertical perpendiculaire au champ magnétique.

Nous considérons vis à vis de l'axe oz (cf. *figure 1*) un mode du type TM. L'indice de réfraction complexe de l'eau de mer est égal à :

$$\tilde{n}_2 = \left[ (\varepsilon_r)_2 - j \frac{\sigma_2}{\omega \varepsilon_0} \right]^{1/2} \quad (72)$$

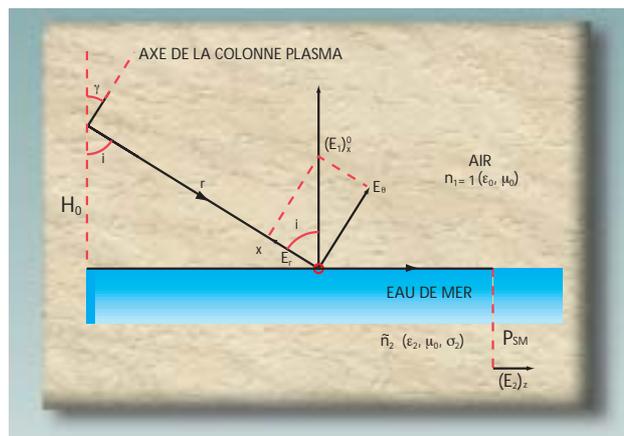


Figure 1

L'onde TM rayonnée par la colonne plasma, dont l'axe est incliné d'un angle  $\gamma$  par rapport à la verticale, possède suivant la direction de la propagation des composantes radiale  $E_r$  et tangentielle  $(E_1)_x^0$  dont la résultante  $E_\theta$  doit être perpendiculaire à la surface de la mer pour engendrer l'onde de Zenneck.

La résolution des équations de Maxwell compte tenu des conditions aux limites conduit aux composantes suivantes des champs électriques et magnétiques de l'onde de surface :

#### Milieu 1

$$\left. \begin{aligned} (E_1)_x &= (E_1)_x^0 \exp(-\alpha_1 x) \exp(-j\beta z) \\ (E_1)_z &= \frac{1}{\tilde{n}_2} (E_1)_x^0 \exp(-\alpha_1 x) \exp(-j\beta z) \\ (H_1)_y &= (E_1)_x^0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\frac{1 + \tilde{n}_2^2}{\tilde{n}_2^2}} \exp(-\alpha_1 x) \exp(-j\beta z) \end{aligned} \right\} (73)$$

#### Milieu 2

$$\left. \begin{aligned} (E_2)_x &= \frac{(E_1)_x^0}{\tilde{n}_2^2} \exp(-\alpha_2 x) \exp(-j\beta z) \\ (E_2)_z &= \frac{1}{\tilde{n}_2} (E_1)_x^0 \exp(-\alpha_2 x) \exp(-j\beta z) \\ (H_2)_y &= (E_1)_x^0 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\frac{1 + \tilde{n}_2^2}{\tilde{n}_2^2}} \exp(-\alpha_2 x) \exp(-j\beta z) \end{aligned} \right\} (74)$$

$(E_1)_x^0$  est la résultante du champ électrique de l'onde incidente du type TM. Les coefficients linéiques  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\beta$  complexes sont les suivants :

$$\alpha_1^2 = - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{1}{1+\tilde{n}_2^2} \tag{75}$$

$$\alpha_2^2 = - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\tilde{n}_2^4}{1+\tilde{n}_2^2} \tag{76}$$

$$\beta^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\tilde{n}_2^2}{1+\tilde{n}_2^2} \tag{77}$$

Pour qu'il y ait effectivement propagation de l'onde de Zenneck le long de z, les conditions suivantes doivent être vérifiées :S

$$\text{Re}(\alpha_1) > 0, \text{Re}(\alpha_2) > 0, \text{Re}(\beta) > 0, \text{Im}(\beta) \leq 0 \tag{78}$$

Re et  $\text{Im}$  désignant les parties réelle et imaginaire.

De (73) et (74) on déduit :

$$\frac{(E_1)_z}{(E_1)_x} = \frac{1}{\tilde{n}_2} \text{ et } \frac{(E_2)_z}{(E_2)_x} = \tilde{n}_2$$

Dans la mesure où  $(\epsilon_p) \ll -j\sigma_2/\omega\epsilon_0$  (79) la composante horizontale du champ électrique dans le milieu air est en avance de phase sur la composante verticale, et l'ellipse de polarisation est très allongée verticalement et inclinée dans le sens de la propagation [9].

La partie imaginaire de  $\beta$  est égale à  $-\omega/c \cdot \eta^2$  avec  $\eta^2 = \omega\epsilon_0/2\sigma_2$ [4].

L'onde de Zenneck qui se propage avec une vitesse très proche de celle de la lumière s'affaiblit suivant l'exponentielle :

$$\exp\left[-\eta^2 \cdot z - \frac{\omega}{c}z\right] = \exp\left[-\frac{\omega 2\mu_0^{1/2}\epsilon_0^{3/2}}{2\sigma_2}z\right] \tag{80}$$

Exemple : avec  $\sigma = 5\text{S/m}$  et  $f = 2.10^3\text{Hz}$ ,  $c = 3.10^8\text{m/s}$  le champ de l'onde de surface s'affaiblit suivant la fonction :  $\exp[-4,7.10^{-13}z]$  (z exprimée en mètres). L'affaiblissement est insignifiant même pour des très grandes distances.

Par contre, pour une fréquence de 100 MHz et une distance z de 10 Km, l'affaiblissement du champ serait égale à 100 dB !

Avec la condition (79) on peu écrire (76) sous la forme suivante :  $\alpha_2 = (1 + j)/\delta$  avec  $\delta$  épaisseur de pénétration :

$$\delta = \frac{1}{(\pi f \mu_0 \sigma_2)^{1/2}}$$

L'onde se propage dans l'eau de mer à la verticale suivant x négatif suivant l'exponentielle :

$$\exp\left[\frac{x(1+j)}{\delta}\right] = \exp\left(\frac{x}{\delta}\right)\exp\left(j\frac{x}{\delta}\right) \tag{81}$$

L'affaiblissement est égal à  $\exp(x/\delta)$ , et la vitesse de phase à  $\omega\delta$ . Avec les valeurs précédentes on trouve : , la vitesse de phase égale à et l'atténuation de 1,74 dB/m.

Suivant l'ordre de grandeur du champ rayonné en espace libre (70) et (71) imputable aux ondes solitaires engendrées dans un plasma fortement ionisé et la propagation des ondes de Zenneck, on peut envisager une liaison entre un bâtiment de surface et un sous-marin en immersion périscopique, séparés par une grande distance.

Nous avons vu que l'onde rayonnée par la colonne plasma est du type TM en zone proche. La composante du champ électrique de l'onde incidente appelée  $(E_1)_x^0$  dans les expressions (73) et (74), est la résultante des deux composantes radiale  $E_r$  et tangentielle  $E_\theta$  qui doit être perpendiculaire à la surface de l'eau. Si  $H_0$  est la hauteur de la colonne plasma par rapport à la surface de la mer (cf. figure 1),  $\gamma$  son inclinaison par rapport à la verticale et  $i$  l'angle d'incidence nous pouvons écrire :

$$\frac{E_\theta}{E_r} = \text{tgi} = \frac{\sqrt{r^2 - H_0^2}}{H_0} = \frac{\text{tg}(1 + \gamma)}{2} \tag{82}$$

Le tableau 9 donne quelques exemples qui traduisent l'excitation possible de l'onde de surface pour différentes hauteurs et distances ainsi que le rapport :

$H_0$ (m)	r (m)	$\gamma$ (degrés)	i (degrés)	$(E_1)_x^0/E_r$
3	15	17,37	78,76	0,980
3	10	26,40	72,54	0,954
10	27	33,01	68,26	0,929
10	18	52,22	56,25	0,831
		0	90	1

Tableau 9. (conditions d'excitation de l'onde de surface).

Ayant choisi  $H_0$  et r, on déduit à partir de (71) et du tableau 9 la grandeur du champ électrique  $(E_1)_x^0$  qui engendre la propagation de l'onde de surface (cf. figure 1). La valeur de la composante horizontale du champ électrique se déduit de (74) pour  $x = 0, z = 0$  soit  $(E_2)_x^0 = \frac{(E_1)_x^0}{\tilde{n}_2}$ .

L'ensemble des composantes des champs de l'onde de surface (73) et (74) ne subit pas d'atténuation sensible le long de z selon (80) et l'exemple numérique donné. Dans l'eau de mer seule la composante  $(E_2)_z$  horizontale, beaucoup plus importante que  $(E_2)_x$ , est à prendre en considération. Elle s'affaiblit dans l'eau de

mer suivant le module de (81) soit  $\exp(-P_{SM}/\delta)$  si  $P_{SM}$  désigne la profondeur du sous-marin.

En définitive la grandeur de la composante  $|(E_2)_z|$  du champ électrique est donnée par l'impression suivante valable pratiquement quelque soit la distance  $z$  entre le bâtiment de surface et le sous-marin :

$$|(E_2)_z| = \frac{E\theta}{\sin i} \cdot \frac{1}{|\tilde{n}_2|} \cdot \exp\left(-\frac{P_{SM}}{\delta}\right) \quad (83)$$

avec  $(\epsilon_r)_2 = 80$ ,  $\sigma_2 = 5S/m$ .

Application numérique :  $H_0 = 10m$ ,  $r = 18 m$ ,  $i = 56^\circ 25$  (cf. tableau 9),  $E_0(r = 18 m)$  donné par (71),  $\tilde{n}_2$  (72) avec  $(\epsilon_r)_2 = 80$ ,  $\sigma_2 = 5S/m$ ,  $f = 2 \cdot 10^3$  Hz,  $P_{SM} = 15 m$  et  $\delta = 5 m$ . On déduit de (83) :

$$|(E_2)_z(z, x = -P_{SM})| = 550 \mu V/m$$

Ce champ électrique, qui est horizontal, peut être capté par un simple câble horizontal relié au sous-marin. Pour une longueur de 100m, la force électromotrice engendrée serait de l'ordre de 55 mV.

## Conclusion

L'intérêt de l'étude est d'abord d'avoir mis en évidence, par une analyse spectrale, le rayonnement d'ondes solitaires générées par un tube plasma faiblement ionisé et excité par une décharge haute fréquence modulée à très basse fréquence en signaux carrés. La faible vitesse des ions argon correspond à des ondes non dispersives dites pseudo-sonores générées par les effets non linéaires. Elles sont rayonnées par la colonne plasma qui se comporte comme une antenne doublet fonctionnant en champ proche. La théorie, confirmée par l'expérience,

montre que le nombre d'ions sollicités est indépendant de la fréquence de modulation et de ses harmoniques.

L'analyse en temps réel montre, par ailleurs, la superposition de ces ondes rayonnées non dispersives. Les effets non linéaires sont décrits en appliquant une théorie hydrodynamique. L'existence du soliton, mise en évidence par l'expérience où les harmoniques pairs de la fréquence de modulation sont inexistantes, est confirmée par l'analyse spectrale. Cela s'explique par le très faible temps de relaxation (62) qui permet le retour à l'équilibre du milieu plasma entre deux impulsions. L'intérêt majeur de l'étude est d'avoir évalué la grandeur du soliton (60), qui indirectement caractérise l'effet non linéaire, en fonction des caractéristiques fondamentales du plasma que sont la longueur de Landau, la distance moyenne entre deux électrons ou deux ions, et la longueur d'onde d'écran de Debye.

L'évaluation théorique du champ proche de l'onde TM rayonnée par l'antenne plasma a été confirmée par l'expérience, avec le même ordre de grandeur. Elle apparaît sous les expressions (66), (68) et (70), en fonction des dimensions du volume plasma, de la densité des ions, de la température électronique et de la distance suivant la loi en  $1/r^3$ .

On a montré théoriquement que l'on pouvait accroître considérablement la grandeur du champ électrique rayonné de l'onde TM en modifiant les caractéristiques du plasma. La décroissance très rapide, en fonction de la distance, selon la loi en  $1/r^3$ , laisse malgré tout espérer une application des ondes de surface, découvertes par Zenneck en 1907. Il s'agit de la liaison très basse fréquence entre un bâtiment de surface (escorteurs, corvette ou frégate) et un sous-marin en immersion, au delà de la périscopique, séparés par une distance pouvant être très importante. ★

## Références

- |  |   |
|--|---|
| <p>[1] A. BELLOSSI, G. DUBOST, J.P. MOULINOX, M. HIMDI, M. RUELOUX C. ROCHER, « Biological Effects of Millimeter - Wave Irradiation on Mice - Preliminary Results ». <i>IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques</i>. Volume 48, n°1, novembre 2000 (p. 2104 to 2110).</p> <p>[2] A. BELLOSSI, G. DUBOST. « Préventions des effets biologiques des ondes millimétriques aux fréquences 28, 38, 60, 77 et 90 à 100 GHz ». <i>R.S.T.D. n°50 - 2000 - 4 - Décembre 2000</i> (p.45 à 55).</p> <p>[3] A. BELLOSSI, G. DUBOST, M. HIMDI. « Effets biologiques du champ électrique et du champ d'induction magnétique aux très basses fréquences ». <i>R.S.T.D. 1997 - 4</i> (p.83 à 96).</p> <p>[4] G. DUBOST. Propagation libre et guidée des ondes électromagnétiques. Applications aux guides et fibres optiques. <i>Masson 3<sup>e</sup> édition 1995</i> (291 pages).</p> | <p>[5] G.G. BORG, J.H. HARRIS, N.M. MARTIN, D. THORNCRAFT, R. MILLIKEN, D.G. MILJAK, B. KWAN, T. NG, J. KIRCHER. « An investigation of the properties and applications of plasma antennas ». <i>Conf. on antennas and propagation Davos, April 2000</i>.</p> <p>[6] D. QUEMADA. Ondes dans les plasmas. <i>Collection de physique du CNES, 1968</i>.</p> <p>[7] P. DAVID. Cours de Radioélectricité Générale. Tome 4, Propagation des ondes, ENST Paris, 1948.</p> <p>[8] J.L. DELCROIX, A. BERS. Physique des plasmas. Tomes I (375 pages) et II (499 pages). <i>Inter Editions/CNRS Editions 1994</i>.</p> <p>[9] L. BOITHIAS. Propagation des ondes radioélectriques dans l'environnement terrestre. <i>Collection du CNET. Bordas et CNET. ENST, Paris 1983</i>. Dunod (309 pages).</p> |
|--|---|